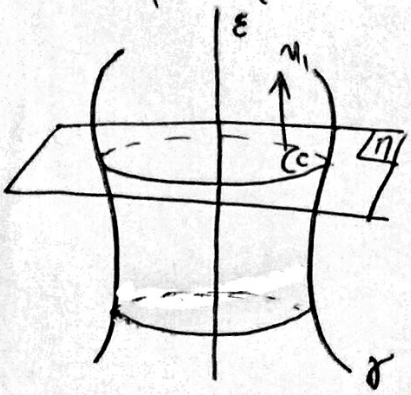
• Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει επιφάνεια εκ περιστροφής: $x^2+y^2+z^5+2y=0$
Έπειτα να βρείτε τους παράλληλους κύκλους και τους μεσημβρινούς της

ΛΥΣΗ

$$x^2+y^2+z^5+2y=0 \Rightarrow x^2+y^2+2y+z^5=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2+(y^2+2y+1)+z^5=1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2+(y+1)^2+z^5=1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2+(y+1)^2+z^2+z^3-1=0$$
$$\Rightarrow \underbrace{x^2+(y+1)^2+z^2}_{\text{σφαιρικός παράγοντας}}+\underbrace{(0x+0y+1z)}_{\text{γραμμικός παράγοντας}}{}^3-1=0 \quad (*)$$

Άρα, παριστάνει επιφάνεια εκ περιστροφής.



Προφανώς για τους παράλληλους κύκλους θα πούμε ότι:

$$(c):\begin{cases} (\gamma) \\ n_1x+n_2x+n_3z=\lambda \end{cases}$$

με $\vec{n}=(n_1,n_2,n_3)\perp(\pi)$
$\vec{n}\parallel\varepsilon$

Προφανώς το $\vec{n}=(0,0,1)$
και το σημείο διέρχομαι της (ε) το $A(0,-1,0)$ (από την σχέση $(*)$)

Άρα, (ε): $\dfrac{x}{0}=\dfrac{y+1}{0}=\dfrac{z}{1}$

άρα $(c):\begin{cases} x^2+y^2+z^5+2y=0 \\ 0x+0y+1\cdot z=\lambda. \ \forall\lambda\in\mathbb{R} \end{cases}$

Τελος, οι μεσημβρινοί για να βρεθαν θα χρειαστουμε τον ορισμο της αξονική δεσμης:

$$(\varepsilon): \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=0 & (\pi_1) \\ y+1=0 & (\pi_2) \end{cases}$$

Αρα, $(M): \begin{cases} x^2+y^2+z^2+2y=0 \\ kx+\lambda(y+1)=0 \end{cases}$

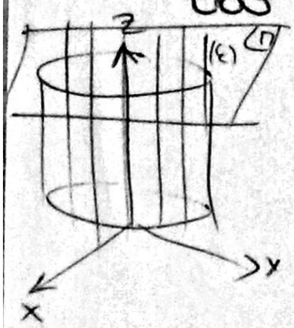
- ΝΔΟ η εξισωση

$$2(2x-6)^2+(3y-z)^2-2=0$$

παριστάνει κυλινδρική επιφάνεια και στη συνεχεια να βρεθούν οι γενετειρες της και η οδηγος

ΛΥΣΗ

Εχουμε μια εξισωση που είναι γραμμική συναρτήση 2 γραμμικών παραγόντων



του $2x-6$ και $3y-z$ Αρα κυλινδρική επιφάνεια

Εχουμε τα διανύσματα

$\vec{n}_1=(2,0,0)=(1,0,0)$ και

$\vec{n}_2=(0,3,-1)$

με $\vec{n}_1 \perp (\pi_1)$ και $\vec{n}_2 \perp (\pi_2)$

Αρα $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 \parallel (\varepsilon)$

$$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = (0,1,3)$$

$(\varepsilon): \dfrac{x-k}{0} = \dfrac{y-\lambda}{1} = \dfrac{z-\mu}{3}$ ολες οι γενετειρες που περνούν απο το $A(k,\lambda,\mu)$

Με οδηγο την

$$(\gamma): \begin{cases} 2(2x-6)^2+(3y-z)^2-2=0 \\ 0x+y+3z=0 \end{cases}$$